

Preparativos para o Novo Acordo da Basileia

Parte 3: Validação de Modelos

Os artigos anteriores desta série concentraram-se nos problemas dos dados ausentes e da máxima extração das informações disponíveis.

O artigo atual oferece alguns conselhos estatísticos práticos para a superação dos desafios da validação de um modelo de Probabilidade de Inadimplência (PI), quando se tem relativamente poucas ocorrências. Conjuntos de dados hipotéticos são usados para modelar a probabilidade de inadimplência por meio de atributos preditivos, como razão empréstimo-valor (LTV), histórico de pagamentos, scores de credit bureau e renda.

De maneira simplificada, validação de modelos significa verificar a precisão dos próprios modelos ao longo de certo período de tempo. Por exemplo, o número de empréstimos que se tornaram efetivamente inadimplentes durante o ano é comparado com a probabilidade prevista de inadimplência. Embora a precisão possa ser medida de diversas maneiras, uma das mais comuns é por meio do valor KS, tal como calculado na Figura 1.

Uma vez comparada com o modelo de inadim-

Jeffrey S. Morrison

Preparing for Basel II Part 3: Model Validation

Previous articles in this series have focused on the problems of missing data and how to get the most

out of the information you do have. This article offers some practical statistical advice for overcoming the challenges of validating a PD model when you have relatively few defaults. Hypothetical datasets are used to model the probability of default with predictive attributes such as LTV, payment history, bureau scores, and income.

Put simply, model validation is checking the accuracy of your models over some period of time. For example, the number of loans that actually defaulted during the year is compared with the predicted default probabilities. Although accuracy can be measured a variety of ways, one of the most common is through the KS value, as calculated in Figure 1.

Once scored with the default model, the validation sample is sorted by score, and counts are developed in 5% increments. The

KS value, then, is simply the maximum difference in the cumulative percentage counts between the two populations – defaults and nondefaults (columns F & G). The KS value in Figure 1 is found in the ninth bucket with a value of 74.1%. This process is discussed in detail in the September, 2004 issue of Credit Technology¹. In general and with all other things remaining equal, the higher the KS value, the more accurate the model. A perfect model would have a KS value of 100.

If sample size and the number of defaults are plentiful, then setting aside a “holdout” sample to be used in the testing process is the most common approach to model validation. You simply estimate the model once using a single sample, apply your predictive model to your other (holdout) sample, and then calculate your accuracy measures. This

plência, a amostra de validação é dividida por scores e são feitas contagens a incrementos de 5%. O valor KS, então, é simplesmente a diferença máxima entre as contagens percentuais acumuladas das duas populações – inadimplentes e adimplentes (colunas F e G). Esse processo é discutido em detalhes na edição 44, setembro de 2004, da Tecnologia de Crédito¹. O valor KS da Figura 1 encontra-se no nono degrau, com valor de 74,1%. De maneira geral, e em igualdade das demais condições, quanto mais elevado o valor KS, mais preciso o modelo. Um modelo perfeito teria valor KS igual a 100.

Se o tamanho da amostra e o número de inadimplências forem grandes, deixar de lado uma amostra de “reserva”, para ser usada no processo de teste, é a abordagem mais comum à validação de modelos. Basta estimar o modelo uma vez, usando uma só amostra, aplicar o

Figure 1

Typical Validation Report

A	B	C	D	E	F	G	H
5% Bucket	Min Probability	Max Probability	# of Defaults	# of Nondefaults	Cumulative % Defaults	Cumulative % Nondefaults	Difference in % Cumulatives
1	0.987637	0.998625	33	4	10.1852	0.9390	9.2
2	0.961737	0.987637	35	3	20.9877	1.6432	19.3
3	0.932949	0.961737	36	1	32.0988	1.8779	30.2
4	0.897801	0.932949	36	2	43.2099	2.3474	40.9
5	0.821660	0.897801	30	7	52.4691	3.9906	48.5
6	0.813351	0.821660	38	0	64.1975	3.9906	60.2
7	0.545989	0.813351	28	9	72.8395	6.1033	66.7
8	0.530848	0.545989	24	14	80.2469	9.3897	70.9
9	0.398955	0.519828	22	15	87.0370	12.9108	74.1
10	0.314351	0.398955	8	30	89.5062	19.9531	69.6
11	0.192926	0.295930	5	33	91.0494	27.6995	63.3
12	0.132092	0.192926	3	34	91.9753	35.6808	56.3
13	0.117058	0.132092	5	33	93.5185	43.4272	50.1
14	0.099934	0.117058	0	37	93.5185	52.1127	41.4
15	0.099934	0.099934	0	38	93.5185	61.0329	32.5
16	0.090868	0.099934	7	30	95.6790	68.0751	27.6
17	0.090868	0.090868	0	38	95.6790	76.9953	18.7
18	0.069882	0.090868	12	25	99.3827	82.8638	16.5
19	0.045697	0.057391	2	36	100.0000	91.3146	8.7
20	0.036294	0.045697	0	37	100.0000	100.0000	0

Relatório de Validação Típico

A	B	C	D	E	F	G	H
Degrau de 5%	Probabilidade Mínima	Probabilidade Máxima	Nº de Inadimplências	Nº de Adimplências	% Acumulada de Inadimplências	% Acumulada de Adimplências	Diferença entre as % Acumuladas
1	0,987637	0,998625	33	4	10,1852	0,9390	9,2
2	0,961737	0,987637	35	3	20,9877	1,6432	19,3
3	0,932949	0,961737	36	1	32,0988	1,8779	30,2
4	0,897801	0,932949	36	2	43,2099	2,3474	40,9
5	0,821660	0,897801	30	7	52,4691	3,9906	48,5
6	0,813351	0,821660	38	0	64,1975	3,9906	60,2
7	0,545989	0,813351	28	9	72,8395	6,1033	66,7
8	0,530848	0,545989	24	14	80,2469	9,3897	70,9
9	0,398955	0,519828	22	15	87,0370	12,9108	74,1
10	0,314351	0,398955	8	30	89,5062	19,9531	69,6
11	0,192926	0,295930	5	33	91,0494	27,6995	63,3
12	0,132092	0,192926	3	34	91,9753	35,6808	56,3
13	0,117058	0,132092	5	33	93,5185	43,4272	50,1
14	0,099934	0,117058	0	37	93,5185	52,1127	41,4
15	0,099934	0,099934	0	38	93,5185	61,0329	32,5
16	0,090868	0,099934	7	30	95,6790	68,0751	27,6
17	0,090868	0,090868	0	38	95,6790	76,9953	18,7
18	0,069882	0,090868	12	25	99,3827	82,8638	16,5
19	0,045697	0,057391	2	36	100,0000	91,3146	8,7
20	0,036294	0,045697	0	37	100,0000	100,0000	0

modelo preditivo à outra amostra (a de reserva) e calcular as medidas de precisão. Essa técnica é freqüentemente usada no mundo do *scoring* de crédito, onde os dados de cartões de crédito de pessoas físicas são ricos em informações de inadimplência.

Divisão dos dados. O procedimento de reserva única é o caso mais simples de um procedimento genérico conhecido como divisão de dados. Em vez de dividir os dados uma só vez em uma amostra de estimativa e outra de reserva, a divisão de dados permite repetir o procedimento sem quaisquer informações adicionais. O modelo é estimado diversas vezes e seu desempenho testado utilizando-se uma amostra de reserva diferente, por um processo de amostragem aleatória. Na divisão de dados, não há substituição das observações após cada retirada aleatória. Quando são feitos repetidos testes

technique often is used in the world of credit scoring, where consumer credit-card data is rich with default information.

Data splitting. *The single holdout procedure is the simplest case of a more general procedure called data splitting. Instead of just splitting data a single time into an estimation sample and a holdout sample, data splitting allows you to repeat the procedure without additional information. The model is estimated multiple times, and its performance is tested using different holdout sample through a random sampling process. In data splitting, there is no replacement of observations on each random draw. When repeated tests are made for a single holdout observation, the procedure is referred to as jackknifing. Jackknifing is especially useful when you wish to examine the impact of*

each observation on your modeling coefficients. If you use a larger holdout sample, then this procedure can easily be applied to broader validation analyses.

Let's take an example of 10,000 accounts available to build and test our model. Validating model performance using data splitting requires two inputs: 1) the number of times the model is to be estimated; and 2) the number of accounts in the holdout sample. If we wanted our model to be estimated 100 times using a holdout sample of 1,000, the procedure would randomly select 9,000 accounts for model development and reserve 1,000 accounts for validation. The process would repeat itself 100 times in which the sample is resplit, a new model is estimated, a holdout sample of 1,000 accounts is scored using the new coefficients, and a new KS value is computed. It is important to keep in mind that the same variable specification must be used each time a new model is estimated. For example, you can't include the bureau score in one model and not in the next model. The predictor variables have to be the same each time. Once the procedure is completed, the KS values are averaged for

para uma só observação de reserva, o procedimento é chamado de *jackknifing*. O *jackknifing* é especialmente útil quando se quer examinar o impacto de cada observação sobre os coeficientes de modelagem. Se for usada uma amostra de reserva de maior porte, esse procedimento pode ser facilmente aplicado a análises de validação mais amplas.

Vamos usar um exemplo de 10.000 contas disponíveis para construir e testar nosso modelo. A validação do desempenho do modelo por divisão de dados exige dois insumos: 1) o número de vezes que o modelo deverá ser estimado; e 2) o número de contas na amostra de reserva. Se quisermos que o modelo seja estimado 100 vezes com uma amostra de reserva de 1.000, o procedimento escolherá aleatoriamente 9.000 contas para desenvolvimento do modelo e reservará 1.000 contas para a validação. O processo se repetiria 100 vezes, com uma nova divisão da amostra, uma nova estimativa de modelo, uma nova amostra de reserva de 1.000 contas sendo usada para pontuar os novos coeficientes e um novo valor KS sendo calculado. É importante ter em mente que a mesma especificação de variáveis deve ser usada sempre que em um novo modelo é estimado. Por exemplo, não se pode incluir o *score* num modelo e deixá-lo de fora no seguinte. As variáveis preditivas precisam ser as mesmas todas as vezes. Uma vez concluído o procedimento, tira-se a mé-

**Bootstrapping
might be
a helpful
approach.**

**Uma abordagem
que pode
ajudar é o
bootstrapping.**

Figure 2

Split Sampling Technique: 100 model estimations, holdout sample = 1,000

Model	KS	Intercept	X1 Coeff	X2 Coeff	X3 Coeff	X4 Coeff	X5 Coeff	X6 Coeff	X7 Coeff
1	50.3	-0.15743	-0.06920	-0.0002	0.04475	0.24436	0.3561	0.11466	-0.1152
2	55.9	-0.26316	-0.06855	-0.0002	0.04424	0.25439	0.3824	0.11319	-0.1167
3	63.9	-0.16548	-0.07002	-0.0001	0.04428	0.21611	0.3705	0.10761	-0.1158
4	59.4	0.03743	-0.05818	-0.0002	0.04426	0.22283	0.3538	0.10939	-0.1161
5	72.7	-0.22145	-0.08037	-0.0002	0.04497	0.18191	0.3699	0.09938	-0.1127
6	67	-0.39643	-0.06863	-0.0002	0.04345	0.24208	0.3761	0.10381	-0.1119
7	68.6	0.17012	-0.06821	-0.0002	0.04356	0.23447	0.3421	0.09618	-0.1139
8	57.7	0.30702	-0.06292	-0.0003	0.04499	0.21070	0.3498	0.11077	-0.1195
9	61.9	-0.61718	-0.06892	-0.0002	0.04491	0.22334	0.4028	0.11524	-0.1141
10	71.3	-0.18459	-0.06159	-0.0002	0.04532	0.21734	0.3608	0.10964	-0.1139
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
91	66.2	-0.18810	-0.05191	-0.0003	0.04512	0.23346	0.3639	0.10374	-0.1131
92	60.7	-0.15959	-0.08957	-0.0002	0.04625	0.20821	0.3817	0.10491	-0.1157
93	64.6	-0.16384	-0.06396	-0.0002	0.04675	0.21762	0.3565	0.10839	-0.1143
94	62	-0.20946	-0.06968	-0.0002	0.04396	0.22130	0.3581	0.11276	-0.1142
95	56.6	-0.07595	-0.07654	-0.0002	0.04454	0.21509	0.3640	0.11212	-0.1170
96	65.9	0.04393	-0.08882	-0.0002	0.04530	0.24979	0.3667	0.09993	-0.1165
97	55.5	0.20491	-0.06890	-0.0002	0.04523	0.20139	0.3393	0.11227	-0.1173
98	58.2	0.22441	-0.07109	-0.0002	0.04474	0.21894	0.3382	0.10890	-0.1177
99	69.3	0.33554	-0.07299	-0.0002	0.04586	0.23804	0.3332	0.09963	-0.1164
100	60.4	-0.40298	-0.07276	-0.0002	0.04441	0.23192	0.3644	0.11966	-0.1130

dia dos valores KS das 100 amostras de validação, levando a um panorama potencialmente mais robusto da validação do que se poderia obter de uma só amostra de reserva.

A Figura 2 mostra um exemplo do processo de divisão de dados, em que são solicitados 100 modelos com amostras de reserva de 1.000 contas cada uma. Os atributos preditivos são representados por nomes genéricos, como X1, X2 e X3, uma vez que o que nos interessa são os procedimentos de validação e não os atributos preditivos propriamente ditos. Para os fins do exemplo, só são indicados os primeiros 10 e os últimos 10 modelos. O valor KS de cada modelo consta da coluna respectiva, ao passo que as estimativas paramétrais do modelo podem ser encontradas nas colunas X1 a X7. Observe como as estimativas paramétrais variam de um modelo para outro. Isso acontece porque nosso esquema de amostragem divide os dados aleatoria-

the 100 validation samples, yielding a potentially more robust picture of validation than might be obtained from a single holdout sample.

Figure 2 shows an example of the data-splitting process in which 100 models are requested with a holdout sample of 1,000 accounts each. The predictive attributes are shown as generic names, such as X1, X2, and X3, as our interest is in the validation procedures rather than the actual predictive attributes. For illustrative purposes, only the first and last 10 models are listed. The KS value for each model is reported in column KS, while the model's parameter estimates are reported in columns X1 through X7. Notice how the parameter estimates vary across the different models. This is because our sampling scheme splits the data each time using a random sampling procedure. Also notice

Técnica de Divisão de Amostra: 100 estimativas do modelo, amostra de reserva = 1.000

Modelo	KS	Limitação	Coef. X1	Coef. X2	Coef. X3	Coef. X4	Coef. X5	Coef. X6	Coef. X7
1	50,3	-0,15743	-0,06920	-0,0002	0,04475	0,24436	0,3561	0,11466	-0,1152
2	55,9	-0,26316	-0,06855	-0,0002	0,04424	0,25439	0,3824	0,11319	-0,1167
3	63,9	-0,16548	-0,07002	-0,0001	0,04428	0,21611	0,3705	0,10761	-0,1158
4	59,4	0,03743	-0,05818	-0,0002	0,04426	0,22283	0,3538	0,10939	-0,1161
5	72,7	-0,22145	-0,08037	-0,0002	0,04497	0,18191	0,3699	0,09938	-0,1127
6	67	-0,39643	-0,06863	-0,0002	0,04345	0,24208	0,3761	0,10381	-0,1119
7	68,6	0,17012	-0,06821	-0,0002	0,04356	0,23447	0,3421	0,09618	-0,1139
8	57,7	0,30702	-0,06292	-0,0003	0,04499	0,21070	0,3498	0,11077	-0,1195
9	61,9	-0,61718	-0,06892	-0,0002	0,04491	0,22334	0,4028	0,11524	-0,1141
10	71,3	-0,18459	-0,06159	-0,0002	0,04532	0,21734	0,3608	0,10964	-0,1139
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
91	66,2	-0,18810	-0,05191	-0,0003	0,04512	0,23346	0,3639	0,10374	-0,1131
92	60,7	-0,15959	-0,08957	-0,0002	0,04625	0,20821	0,3817	0,10491	-0,1157
93	64,6	-0,16384	-0,06396	-0,0002	0,04675	0,21762	0,3565	0,10839	-0,1143
94	62	-0,20946	-0,06968	-0,0002	0,04396	0,22130	0,3581	0,11276	-0,1142
95	56,6	-0,07595	-0,07654	-0,0002	0,04454	0,21509	0,3640	0,11212	-0,1170
96	65,9	0,04393	-0,08882	-0,0002	0,04530	0,24979	0,3667	0,09993	-0,1165
97	55,5	0,20491	-0,06890	-0,0002	0,04523	0,20139	0,3393	0,11227	-0,1173
98	58,2	0,22441	-0,07109	-0,0002	0,04474	0,21894	0,3382	0,10890	-0,1177
99	69,3	0,33554	-0,07299	-0,0002	0,04586	0,23804	0,3332	0,09963	-0,1164
100	60,4	-0,40298	-0,07276	-0,0002	0,04441	0,23192	0,3644	0,11966	-0,1130

how the KS values differ — some are as high as 72 (model 5) and others are as low as 50 (model 1). Even if the size of the samples is increased, the spread of the KS values is significant. When the KS is averaged across the 100 holdout samples, the KS value is 61.4.

Bootstrapping. Data-splitting techniques can add additional insight into model accuracy in cases where the sample data is readily attainable. However, if the sample size and the number of defaults are not plentiful, then a different validation approach is needed. For example, if your portfolio had only 500 accounts defaults within a one-year time frame, you might be hard pressed to sacrifice any data for a holdout sample. One approach that could help is called bootstrapping. The dictionary defines the process of bootstrapping as “to promote and develop

mente em cada caso. Observe, também, como os valores KS diferem — alguns chegam a 72 (modelo 5), enquanto outros não passam de 50 (modelo 1). Mesmo aumentando o tamanho das amostras, a dispersão dos valores KS é considerável. Quando se tira a média das 100 amostras de reserva, chega-se a um valor KS de 61,4.

Bootstrapping. As técnicas de divisão de dados podem proporcionar insights sobre a precisão dos modelos, quando dados de amostragem podem ser obtidos facilmente. Mas se o tamanho da amostra e o número de inadimplências não forem grandes, será necessário adotar outra abordagem à validação. Por exemplo, se sua carteira tem apenas 500 inadimplências em conta dentro de um intervalo de um ano, não seria recomendável sacrificar quaisquer dados para criar uma amostra de reserva. Uma abordagem que pode ajudar é chamada *bootstrapping*. O di-

cionário define *bootstrapping* como “promoção e desenvolvimento por força de iniciativa própria, sem depender de auxílio externo.” O mesmo se aplica ao *bootstrapping* estatístico. Basicamente, significa que você deve agir por si mesmo e se vê forçado a usar as informações disponíveis, sem poder recorrer a qualquer outra fonte de dados. Embora se possa fazer uma validação simples dos dados de estimativa do modelo, em vez de usar uma amostra de reserva, esse tipo de procedimento costuma superestimar o nível de precisão, quando usado para fazer o *score* de novos dados. Na ausência de algum procedimento de *bootstrapping*, essa abordagem insatisfatória pode ser sua única alternativa.

Lembre-se de que, na divisão de dados, não há substituição das observações, após cada retirada aleatória. No *bootstrapping*, contudo, as amostras são criadas a partir do conjunto de dados original e há substituição. Assim, quando se cria uma amostra *bootstrap*, ela pode apresentar (e normalmente apresenta) mais de uma vez as mesmas observações que há nos dados originais. Mas esse problema é atenuado, em grande medida, rodando o mesmo processo repetidas vezes, de forma iterada.

Há outras diferenças entre o *bootstrapping* e a divisão de dados. Na divisão de dados, sempre há uma amostra de reserva em separado para

by use of one's own initiative and work without reliance on outside help.” The same thing applies to statistical bootstrapping. Basically, it means you're on your own, having to use the information on hand without relying on other sources of data. Although you could perform a simple validation on the model's estimation data rather than a holdout sample, such a procedure typically overstates the level of accuracy when used to score new data. Without some bootstrapping procedure in place, this less-than-satisfactory approach might be your only alternative.

In data splitting, remember there is no replacement of observations upon each random draw. However, in bootstrapping, samples are created from the original dataset with replacement. So when a bootstrap sample is created, it can (and usually will) contain the same obser-

vation from the original data more than one time. However, this weakness is mitigated to a large extent by running the procedure time after time in an iterative framework.

There are other differences between bootstrapping and data splitting. In data splitting, you always have a separate holdout sample to compute your accuracy measure

**Analysts
must seek out
alternative
solutions.**

**O analista
deve procurar
soluções
alternativas.**

that is not used in the estimation of the model parameters. The analyst repeatedly creates a random sample from the original sample and estimates the model from it. However, in bootstrapping, the model is then used to score the original dataset in order to compute measures of validation accuracy. Once this is done the desired number of times (usually 100-200 repetition), the accuracy measures are averaged. This procedure is perfect for applications where you cannot afford to waste any valuable default information simply to test your model's accuracy. There is a sizable body of literature showing that this type of validation procedure will lead to a much more realistic performance measure than one obtained by simply using the model development sample for validation.

One thing that data splitting and bootstrapping do have in common is the necessity of having the regression model completely specified during the process. In other words, using automatic variable selection techniques is not recommended because slight changes in the sample could result on a different model specification. If that happens, then you would not be validating the same model throughout the process².

A slight variation to the basic bootstrapping procedure can provide an even better performance picture if the sample size is a limiting factor. Think of this as enhanced bootstrapping. The procedure is as follows:

- a. *Estimate your model with the entire ori-*

calcular a medida de precisão e que não é usada para estimativa dos parâmetros do modelo. O analista cria, repetidas vezes, uma amostra aleatória a partir da amostra original e estima a partir dela seu modelo. Mas no *bootstrapping* o modelo é posteriormente usado para fazer *score* do conjunto de dados original com o objetivo de calcular medidas de precisão da validação. Feito isso o número desejado de vezes (normalmente entre 100 e 200 repetições), tira-se a média das medidas de precisão. Esse procedimento é perfeito para aplicações onde não é possível desperdiçar quaisquer informações de inadimplência para testar a precisão do modelo. Há um considerável volume de literatura que demonstra que esse tipo de procedimento de validação leva a uma medida de desempenho muito mais realista do que a obtida quando, simplesmente, se usa a amostra de desenvolvimento do modelo para validação.

O que a divisão de dados e o *bootstrapping* têm em comum é a necessidade de contar com um modelo de regressão completamente especificado durante o processo. Em outras palavras, não se recomenda o uso de técnicas de seleção automática de variáveis, porque pequenas alterações da amostra poderiam resultar em uma diferente especificação do modelo. Se isso ocorrer, você não estará validando o mesmo modelo no decorrer do processo².

Uma pequena variação do procedimento básico de *bootstrapping* pode oferecer uma visão ainda melhor do desempenho se o porte da amostra for uma fonte de limitação. Deve-se pensar nela como um *bootstrapping* ampliado. O procedimento é o seguinte:

- a. Estime seu modelo com a amostra original.
- b. Use esse modelo para fazer *score* de toda a amostra original.
- c. Calcule as medidas de desempenho (KS) da amostra original.
- d. Execute o procedimento de reamostragem de *bootstrap* com substituição da amostra original.
- e. Estime um novo modelo.
- f. Faça o *score* e proceda à validação da amostra *bootstrap*.
- g. Faça o *score* e proceda à validação do conjunto de dados original usando o novo modelo de *bootstrap*.
- h. Calcule o otimismo do desempenho, tomando a medida de desempenho do modelo *bootstrap* de (f) e subtraindo-a da medida de desempenho do modelo original, determinada em (g).
- i. Repita os passos de (d) a (h) o número desejado de vezes (100, por exemplo).
- j. Calcule o otimismo médio do desempenho pelo número de repetições.
- k. Calcule a medida de desempenho corrigida pelo viés, subtraindo o otimismo médio da medida de desempenho da amostra original (passo c).

A Figura 3 mostra a variação das amostras *bootstrap*. Como a amostra original tinha 10.000 observações, observe que cada amostra *bootstrap* também tem um total de 10.000 observações (N). Lembre-se de que as amostras *bootstrap* foram derivadas do conjunto de dados original, com substituição, o que significa que cada amostra *bootstrap* pode conter repetidas vezes um mesmo registro. No modelo, atribuí-

ginal sample.

- b. Use this model to score the entire original sample.
- c. Compute the performance measures (KS) on the original sample.
- d. Execute the bootstrap resampling procedure with replacement from the original sample.
- e. Estimate a new model.
- f. Score and validate the bootstrap sample.
- g. Score and validate the original dataset using the new bootstrap model.
- h. Calculate the performance optimism by taking the performance measure from the bootstrap model in (f) and subtract from it the performance measure of the original model as determined in (g).
- i. Repeat steps (d) through (h) the desired number of times (say, 100 times).
- j. Compute the average performance optimism across the number of repetitions.
- k. Compute the bias-corrected performance measure by subtracting the average optimism from the performance measure of the original sample (step c).

Figure 3 shows the variation in the bootstrap samples. Since the original sample had 10,000 observations, note that each bootstrap sample also has a total of 10,000 observations (N). Remember, the bootstrap samples were derived from the original dataset with replacement, meaning that each bootstrap sample could contain multiple draws of the same record. In the model, defaults were assigned a value of 1. Nonde-

Figure 3

*Bootstrap Sample
(Only 5 out of 100 shown)*

Sample	STAT	Default
1	N	10000
1	MIN	0
1	MAX	1
1	MEAN	0.039106
1	STD	0.193855
2	N	10000
2	MIN	0
2	MAX	1
2	MEAN	0.035598
2	STD	0.185295
3	N	10000
3	MIN	0
3	MAX	1
3	MEAN	0.034459
3	STD	0.182412
4	N	10000
4	MIN	0
4	MAX	1
4	MEAN	0.039719
4	STD	0.195308
5	N	10000
5	MIN	0
5	MAX	1
5	MEAN	0.0363
5	STD	0.187043

faults were assigned a value of 0. As shown in Figure 3, the mean value of the “default” variable changes for each sample, again reflecting the bootstrap sampling procedure. In other words, with each iteration, we have a sample that is different from the one before, each having a different number of defaults that are close to but not exactly the same as in the original sample.

Figure 4 shows the variations in the KS values for the first and the last samples in the bootstrapping process. The column called KS_BOOT refers to the KS value obtained from the bootstrap model. KS_DEV_BOOT refers to the KS value obtained from the bootstrap model when applied to the original sample. The difference is the perfor-

Figura 3

Amostra Bootstrap (Apenas 5 de 100 representadas)

Amostra	STAT	Inadimplência
1	N	10000
1	MIN	0
1	MAX	1
1	MEAN	0,039106
1	STD	0,193855
2	N	10000
2	MIN	0
2	MAX	1
2	MEAN	0,035598
2	STD	0,185295
3	N	10000
3	MIN	0
3	MAX	1
3	MEAN	0,034459
3	STD	0,182412
4	N	10000
4	MIN	0
4	MAX	1
4	MEAN	0,039719
4	STD	0,195308
5	N	10000
5	MIN	0
5	MAX	1
5	MEAN	0,0363
5	STD	0,187043

mos às inadimplências valor 1 e às adimplências valor 0. Como mostra a Figura 3, o valor médio da variável “inadimplência” muda para cada amostra, refletindo novamente o procedimento de amostragem *bootstrap*. Em outras palavras, em cada iteração, temos uma amostra diferente da anterior, cada uma com um número diferente de inadimplências que é próximo do presente na amostra original, mas não idêntico.

A Figura 4 mostra as variações dos valores KS da primeira e da última amostras do processo de *bootstrapping*. A coluna chamada KS_BOOT refere-se ao valor KS obtido do modelo *bootstrap*. KS_DEV_BOOT refere-se ao valor KS obtido do modelo *bootstrap* quando aplicado à amostra original. A diferença está no otimismo quanto

Figura 4

Resultados do Bootstrapping

A Modelo	B BKS_BOOT	C KS_DEV_BOOT	D OPTIMISM_KS
1	60,3	59,1	1,2
2	63	59,1	3,9
3	58,9	58,4	0,5
4	58,3	58,6	-0,3
5	58,8	59,6	-0,8
6	58,4	59,6	-1,2
7	59,1	58,8	0,3
8	59,2	59,3	-0,1
9	58,9	59,1	-0,2
10	59,1	59,6	-0,5
-	-	-	-
91	56	59,3	-3,3
92	62,5	59,3	3,2
93	58,6	59,1	-0,5
94	57,6	58,7	-1,1
95	62,6	59,6	3
96	59,6	59,6	0
97	61,5	59,1	2,4
98	58,4	59,3	-0,9
99	60	58,6	1,4
100	61,7	58,8	2,9

ao desempenho, chamado de OPTIMISM_KS.

Observe como o otimismo quanto ao desempenho (coluna D) tem valores tanto positivos quanto negativos. No geral, o otimismo médio após 100 iterações, medido em termos de KS, foi de 1,02. Se tivéssemos usado os dados de desenvolvimento, tanto para estimar o modelo quanto para derivar a medida de desempenho (a solução insatisfatória que mencionamos anteriormente), o KS teria sido de 59,1. Como nosso procedimento de *bootstrapping* indicou que superestimamos essa medida de desempenho em 1,02 unidade, o novo KS corrigido para o viés é calculado como $59,1 - 1,02 = 58,08$.

Sumário

A validação de modelos é uma parte extremamente importante do Acordo de Capital da Basileia. Isso significa que, embora possa haver

Figure 4

Bootstrap Results

A Model	B BKS_BOOT	C KS_DEV_BOOT	D OPTIMISM_KS
1	60.3	59.1	1.2
2	63	59.1	3.9
3	58.9	58.4	0.5
4	58.3	58.6	-0.3
5	58.8	59.6	-0.8
6	58.4	59.6	-1.2
7	59.1	58.8	0.3
8	59.2	59.3	-0.1
9	58.9	59.1	-0.2
10	59.1	59.6	-0.5
-	-	-	-
91	56	59.3	-3.3
92	62.5	59.3	3.2
93	58.6	59.1	-0.5
94	57.6	58.7	-1.1
95	62.6	59.6	3
96	59.6	59.6	0
97	61.5	59.1	2.4
98	58.4	59.3	-0.9
99	60	58.6	1.4
100	61.7	58.8	2.9

mance optimism, labeled OPTIMISM_KS.

Note how the performance optimism (column D) has values that are both positive and negative. Overall, the average optimism over the 100 iterations measured in terms of KS was 1.02. If we had used the development data to both estimate the model and derive our performance measure (the unsatisfactory solution we mentioned earlier), the KS would have been 59.1. Since our bootstrapping procedure indicated that we have overstated this performance measure by 1.02 units, the new bias-adjusted KS is calculated as $59.1 - 1.02 = 58.08$.

Summary

Model validation is an extremely important part of the Basel Capital Accord. This means that although challenges may exist in the

model development and validation process, the analyst must seek alternative solutions to provide the regulators with the most realistic picture of model performance possible. The practical solution offered in this article will not only help the regulators better examine the accuracy of the bank's models, but will aid the modeler in developing the best model possible.

Notes

1 MORRISON, Jeffrey S., "Preparing for Modeling Requirements in Basel II-Part 2: Model Validation," *Credit technology*, September, 2004..

2 HARREL, Frank E. Jr., *Regression Modeling Strategies with Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis*, Springer-Verlag New York, Inc., 2001.

2004 RMA. Jefferson Morrison was vice-presidente Credit Metrics-PRISM Team, at Suntrust Banks Inc., Atlanta, Georgia. Morrison is currently senior manager Modeling Services for Transunion LLP in the Atlanta Georgia office. Transunion builds modeling solutions for both credit risk and marketing applications in addition to their core credit bureau products.

Contact Morrison at m_jeffer@bellsouth.net
RMA - Risk Management Association is an international association of financial services professionals. For membership information, e-mail acauley@rmahq.org ; to subscribe to The RMA Journal, visit www.rmahq.org/Ed_Opps/pubs/journalad.htm

desafios no desenvolvimento do modelo e no processo de validação, o analista deve procurar soluções alternativas para fornecer aos reguladores a representação mais realista possível do desempenho do modelo. A solução prática oferecida neste artigo não só ajudará os reguladores a examinar melhor a precisão dos modelos do banco, mas também auxiliará o modelador a desenvolver o melhor modelo possível.

Notas

1 MORRISON, Jeffrey S., "Preparativos para Atender aos Requisitos de Modelagem do Novo Acordo da Basileia — Part 2: Validação do Modelo," *Tecnologia de Crédito* 44, setembro, 2004.

2 HARREL, Frank E. Jr., *Regression Modeling Strategies with Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis*, Springer-Verlag New York, Inc., 2001.

2004 RMA. Jefferson Morrison foi vice-presidente de Medidas de Crédito — Equipe PRISM do Suntrust Banks Inc., Atlanta, Georgia. Atualmente ele é gerente sênior de Serviços de Modelagem do Transunion LLP em Atlanta, na Georgia. A Transunion constrói soluções em modelagem tanto para risco de crédito como para aplicações em marketing em seu escritório central de produtos de crédito.

Os contatos com Jefferson Morrison podem ser feitos pelo E-mail m_jeffer@bellsouth.net
A RMA - Risk Management Association é uma associação internacional de serviços financeiros profissionais. Para informações, e-mail acauley@rmahq.org ; Para assinar The RMA Journal visite o site www.rmahq.org/Ed_Opps/pubs/journalad.htm